

Kartografie 1 - přednáška 6

Jiří Cajthaml

ČVUT v Praze, katedra geomatiky

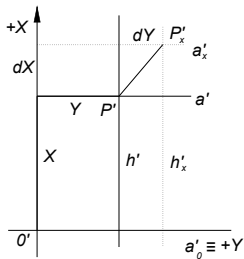
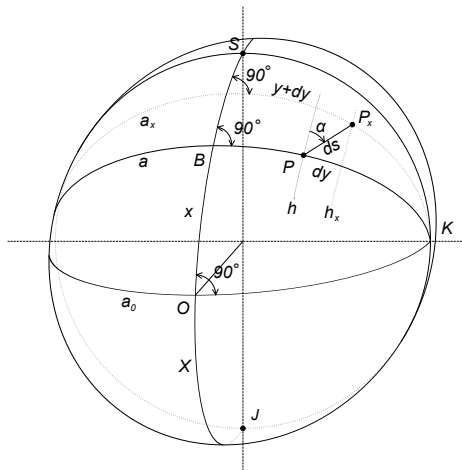
zimní semestr 2014/2015

Kartografická zobrazení použitá na našem území

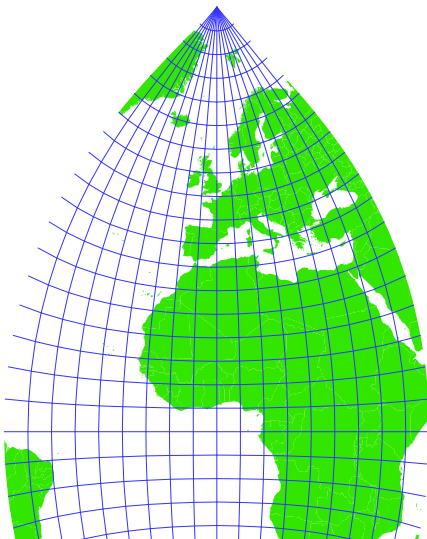
- důležitá jsou zejména zobrazení pro státní mapová díla
- v geodetické a kartografické praxi je možné se nejčastěji setkat s následujícími mapovými díly:
 - mapy stabilního katastru (v Cassiniho válcovém ekvidistantním zobrazení)
 - mapy Katastru nemovitostí (v Křovákově kuželovém konformním zobrazení)
 - vojenské topografické mapy (v Gaussově zobrazení v poledníkových pásech)
 - Základní mapy ČR, ZABAGED (v Křovákově kuželovém konformním zobrazení)

- válcové ekvidistantní zobrazení v transverzální poloze
- někdy také nazýváno Cassini-Soldnerovo
- válec se dotýkal referenční plochy v nezkresleném poledníku
- nezkreslený poledník prochází středem území
- zkreslení roste se vzdáleností od tohoto poledníku
- celkem bylo použito 11 souřadnicových soustav
 - pro Čechy – Gusterberg
 - pro Moravu – Sv. Štěpán
- osa X je obrazem nezkresleného poledníku
- +X na sever, +Y na východ

Cassiniho zobrazení



Cassiniho zobrazení



- obraz základního poledníku: úsečka
- obraz rovníku: úsečka
- zeměpisné poledníky a rovnoběžky: obecné křivky
- kartografické poledníky a rovnoběžky: úsečky
- kartografické poledníky jsou nezkresleny
- postup zobrazení:
 - převod U, V na \check{S}, D (sférická trigonometrie)
 - ekvidistantní válcové zobrazení pro \check{S}, D

Cassiniho zobrazení – převod U, V na \check{S}, D

- základní vztahy:

$$\sin \check{S} = \sin U_k \sin U + \cos U_k \cos U \cos \Delta V$$

$$\sin D = \frac{\sin \Delta V \cos U}{\cos \check{S}}$$

- $U_k = 0^\circ, V_k = 90^\circ$
- vztahy:

$$\sin \check{S} = \cos U \sin V$$

$$\sin D = \frac{\cos V \cos U}{\cos \check{S}}$$

- dále platí:

$$\sin U = \sin U_k \sin \check{S} + \cos U_k \cos \check{S} \cos (180^\circ - D)$$

$$\sin U = -\cos \check{S} \cos D$$

- tedy:

$$\operatorname{tg} D = \frac{\frac{\cos U \cos V}{\cos \check{S}}}{-\frac{\sin U}{\cos \check{S}}} = -\frac{\cos V}{\operatorname{tg} U}$$

Cassiniho zobrazení – pro Š,D

- zobrazovací rovnice:

$$Y = R \check{S}$$

$$X = R D$$

$$Y = R \arcsin(\cos U \sin V)$$

$$X = R \operatorname{arctg}\left(-\frac{\cos V}{\operatorname{tg} U}\right)$$

- délkové zkreslení:

$$m_{\alpha}^2 = m_p^2 \cos^2 \alpha + m_r^2 \sin^2 \alpha$$

$$m_{\alpha}^2 = m_h^2 \cos^2 \alpha + m_a^2 \sin^2 \alpha$$

$$m_{\alpha}^2 = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2(Y/R)} + \sin^2 \alpha$$

$$m_{\alpha}^2 \doteq 1 + \frac{Y^2}{2R^2} \cos^2 \alpha$$

- ukázka map stabilního katastru

- pojmenováno po ministerském radovi Ing. Josefu Křovákovi
- jedná se o kombinaci dvou zobrazení:
 - Gaussovo konformní zobrazení z elipsoidu na kouli
 - Lambertovo konformní kuželové zobrazení v obecné poloze
- toto zobrazení je základem S-JTSK
- používané pouze v ČR a SR

$$\begin{array}{ccccccc} \varphi, \lambda & \xrightarrow{\quad} & U, V & \dashrightarrow & \check{S}, D & \xrightarrow{\quad} & \rho, \varepsilon & \dashrightarrow & X, Y \\ & & I & & II & & III & & IV \end{array}$$

- I. Besselův elipsoid zobrazen konformně Gaussovým způsobem na kouli.
- II. Zeměpisné souřadnice převedeny na kartografické souřadnice vzhledem ke zvolenému kartografickému pólu.
- III. Konformní zobrazení kartografických souřadnic z koule na plášť kužele.
- IV. Převedení polárních souřadnic na pravoúhlé.

Křovákovo zobrazení – fáze I

- použít Besselův elipsoid

$$a = 6377397,155m \quad b = 6356078,9633m$$

- zobrazovací rovnice:

$$\operatorname{tg} \left(\frac{U}{2} + 45^\circ \right) = \frac{1}{k} \left[\operatorname{tg} \left(\frac{\varphi}{2} + 45^\circ \right) \left(\frac{1 - e \sin \varphi}{1 + e \sin \varphi} \right)^{\frac{e}{2}} \right]^\alpha, V = \alpha \lambda$$

- zeměpisné délky se počítají od Ferra ($17^\circ 39' 46,002''$ z.d.)
- jako základní rovnoběžka byla zvolena $\varphi_o = 49^\circ 30'$
- vypočítané konstanty zobrazení:

$$U_o = 49^\circ 27' 35,84625''$$

$$\alpha = 1,000597498372$$

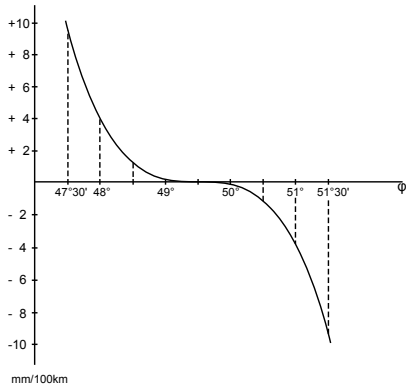
$$k = 0,9965924869$$

$$R = 6380703,6105 \text{ m}$$

Křovákové zobrazení – fáze I

- délkové zkreslení:

$$m = \frac{\alpha R \cos U}{N \cos \varphi}$$



- obecná poloha kužele zvolena, protože území ČSR nebylo protáhlé přímo podél zeměpisné rovnoběžky
- v normální poloze by ČSR byla v pásu o šířce $3^{\circ}20'$ (zkreslení na okraji $+42\text{cm}/\text{km}$)
- v obecné poloze je ČSR v pásu o šířce $2^{\circ}31'$ (zkreslení na okraji $+24\text{cm}/\text{km}$)
- jako základní kartografická rovnoběžka byla zvolena $\check{S}_0 = 78^{\circ}30'$
- okrajové rovnoběžky jsou $\check{S}_1 = 77^{\circ}13'$ a $\check{S}_2 = 79^{\circ}44'$
- základní rovnoběžka je kolmá na zeměpisný poledník $\lambda = 42^{\circ}30' \text{ v. F.}$ v bodě A ($\varphi_A = 48^{\circ}15'$)
- z předchozích hodnot byl určen kartografický pól:

$$U_K = 59^{\circ}42'42,6969''$$

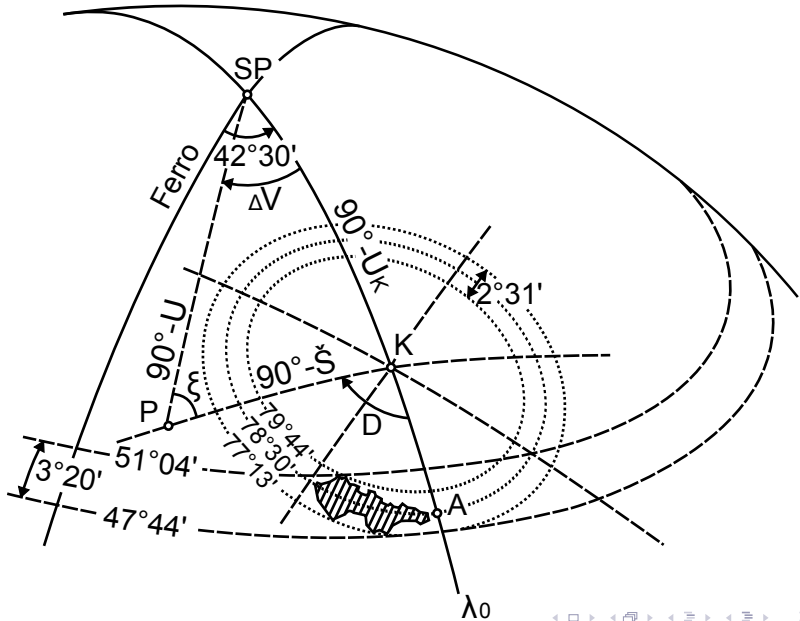
$$V_K = 42^{\circ}31'31,41725''$$

- při znalosti kartografického pólu je již snadné určit kartografické souřadnice pomocí sférické trigonometrie

$$\sin \check{S} = \sin U_k \sin U + \cos U_k \cos U \cos \Delta V$$

$$\sin D = \frac{\sin \Delta V \cos U}{\cos \check{S}}$$

Křovákové zobrazení – fáze II



Křovákovo zobrazení – fáze III

- použito Lambertovo konformní kuželové zobrazení s jednou nezkreslenou rovnoběžkou $\check{S}_0 = 78^\circ 30'$
- kartografickým pólem je vrchol kužele (je pouze cca 130km nad terénem – jde tedy o hodně plochý kužel)
- zobrazovací rovnice:

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\check{S}_0}{2} + 45^\circ\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\check{S}}{2} + 45^\circ\right)} \right)^n, \quad \varepsilon = nD$$

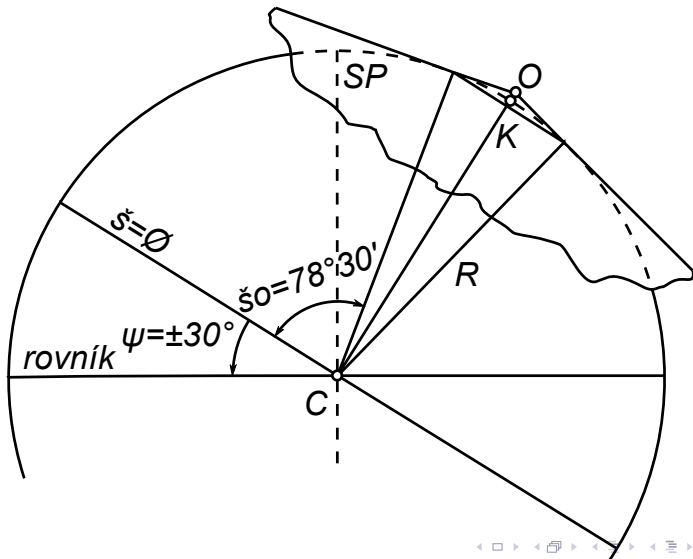
- vypočítané konstanty zobrazení:

$$\rho_0 = R \operatorname{cotg} \check{S}_0$$

$$n = \sin \check{S}_0$$

- délkové zkreslení by v tomto případě na základní rovnoběžce bylo $m = 1$ a v okrajových rovnoběžkách by bylo $m = 1,00024$

Křovákovo zobrazení – fáze III



Křovákovo zobrazení – fáze III

- protože byla snaha minimalizovat délkové zkreslení, tak byl vzorec pro ρ_0 přenásoben multiplikační konstantou 0,9999
- upravené konstanty zobrazení:

$$\rho_0 = 0,9999 R \cotg \check{S}_0 = 1298039,0046 m$$

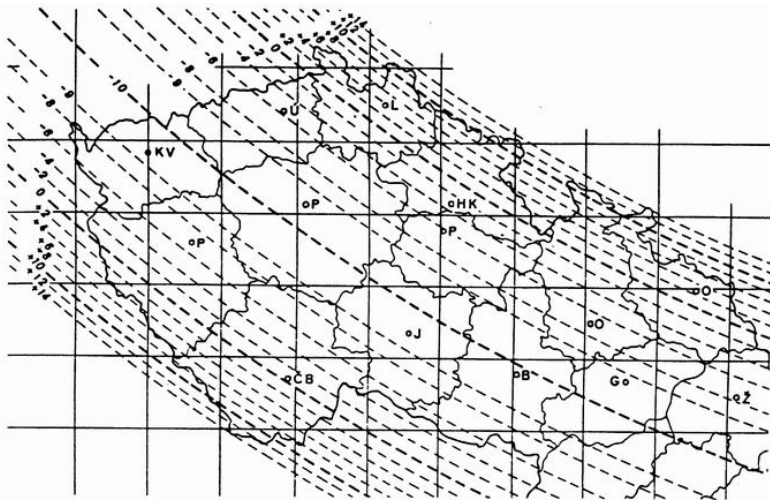
$$n = \sin \check{S}_0 = 0,9799247046$$

- délkové zkreslení je potom na základní rovnoběžce $m = 0,9999$ a v okrajových rovnoběžkách je $m = 1,00014$
- vzorec pro výpočet délkového zkreslení:

$$m = \frac{n \rho}{R \cos \check{S}}$$

- ekvideformáty mají tvar kartografických rovnoběžek (kruhových oblouků)

Křovátkovo zobrazení – fáze III



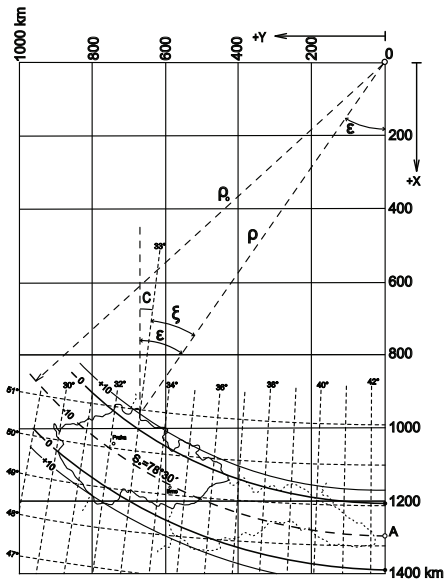
- počátek souřadnicového systému je v obrazu vrcholu kužele (padne do Estonského zálivu)
- aby bylo celé ČSR v prvním kvadrantu a obě souřadnice kladné:
 - osa X je obrazem základního poledníku $\lambda = 42^{\circ}30' v.F.$
 - kladná větev osy X jde na jih
 - osa Y je kolmá na osu X, kladná větev jde na západ
- převod polárních na pravoúhlé:

$$X = \rho \cos \varepsilon$$

$$Y = \rho \sin \varepsilon$$

- pro celé území ČSR platí, že $Y < X$
- nezvyklá orientace os dělá problémy v GIS

Křovákové zobrazení – fáze IV



Křovákovo zobrazení – fáze IV

- osa X a zeměpisný poledník spolu svírají úhel – meridiánová konvergence (C)
- dle obrázku:

$$C = \varepsilon - \xi$$

- protože je zobrazení konformní, je možné ξ vypočítat pomocí sférické trigonometrie (viz obr. u fáze II)

$$\sin \xi = \frac{\cos U_k \sin D}{\cos U}$$

- přibližně také platí vzorec:

$$C = 0,008257 Y + 2,373 \frac{Y}{X} [km]$$

- meridiánová konvergence dosahuje v ČR až 10 stupňů !

- ukázka map v Křovákově zobrazení